

منتدى توجيه الرياضيات
الرياضيات
الصف الأول
الأعدادى
الجبر و الاحصاء
الترم الثانى
تقديم
م/عادل ادوار

الوحدة الأولى : الجبر والأعداد

الضرب المتكرر فى ن

نعلم أن :

$(٣)^{٤}$ = ٣ × ٣ × ٣ × ٣ = ٨١ حيث : ٣ تكررت ٤ مرات فى عملية الضرب

، وتقرأ " ٣ أس ٤ "

ملاحظة :

$(-٣)^{٤}$ = ٨١ بينما $(-٣)^{٣}$ = -٢٧

أى أن : $(-س)^{م} = (س)^{م}$ إذا كان م عدداً صحيحاً زوجياً

، $(-س)^{م} = -(س)^{م}$ إذا كان م عدداً صحيحاً فردياً

تدريب : أكمل الجدول الآتى :

العدد	الأسس " القوى " غير السالبة								
س	$س^{٢}$	$س^{٣}$	$س^{٤}$	$س^{٥}$	$س^{٦}$	$س^{٧}$	$س^{٨}$	$س^{٩}$	$س^{١٠}$
٢	٤		١٦			١٢٨			١٠٢٤
-٢		-٨	١٦			-١٢٨		-٥١٢	
٣	٩		٨١						
-٣		-٢٧		-٢٤٣					

إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً ، ن عدداً صحيحاً موجباً فإن :

$(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \cdots \times \frac{أ}{ب}$ حيث $\frac{أ}{ب}$ مكرر كعامل ن من المرات

، ويقرأ $\frac{أ}{ب}$ أس ن أو القوة النونية للعدد $\frac{أ}{ب}$ أى أن : $(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$

ملاحظة : $(\frac{أ}{ب})^{صفر} = ١$ حيث : أ ≠ صفر

مثـال ١ : أوجد فى أبسط صورة $(-\frac{٣}{٤})^{٣} \times (\frac{٢}{٣})^{٤}$

الحـــــل

المقدار = $-\frac{٢٧}{٦٤} \times \frac{١٦}{٨١} = \frac{-١}{١٢}$

مثـ٢ـال : أوجد فى أبسط صورة $(-\frac{٣}{٥})^{٣} \times \frac{٢٥}{٢٧}$

الحـــــل

المقدار = $-\frac{٢٧}{١٢٥} \times \frac{٢٥}{٢٧} = \frac{-١}{٥}$

مثـ٣ـال : أوجد فى أبسط صورة $(-\frac{٢}{٣})^{٣} \times (\frac{١}{٣})^{٣} \div (-\frac{٢}{٩})^{٢}$

الحـــــل

المقدار = $-\frac{٨}{٢٧} \times \frac{١}{٢٧} \div \frac{٤}{٨١} = -\frac{٨}{٢٧} \times \frac{١}{٢٧} \times \frac{٨١}{٤} = \frac{-٢}{٩}$

مثـ٤ـال : أوجد قيمة $(-\frac{١}{٢})^{٣} \div [\,٨ \times (-\frac{١}{٢})^{٢} \times \frac{٣}{٤}\,]$

الحـــــل

المقدار = $\frac{-١}{٨} \div [\,٨ \times \frac{١}{٤} \times \frac{٣}{٤}\,] = \frac{-١}{٨} \div \frac{٣}{٢} = \frac{-١}{٨} \times \frac{٢}{٣} = \frac{-١}{١٢}$

مثـ٥ـال : إذا كانت: أ = $-\frac{١}{٢}$ ، ب = ٢ ، جـ = $\frac{٣}{٤}$

أوجد القيمة العددية للمقدار: أ^{٣} ب^{٢} + ب^{٢} جـ - ٨ أ ب جـ

الحـــــل

المقدار = $(-\frac{١}{٢})^{٣} \times (٢)^{٢} + (٢)^{٢} \times \frac{٣}{٤} - ٨ \times \frac{١}{٢} \times ٢ \times \frac{٣}{٤}$

$= \frac{-١}{٨} \times ٤ + ٤ \times \frac{٣}{٤} - ٨ \times \frac{٣}{٤} = \frac{-١}{٢} + ٣ - ٦ = \frac{-١}{٢} - ٣ = \frac{-١-٦}{٢} = \frac{-٧}{٢}$

تدريب : أكمل ما يأتى

(١) $٦\frac{١}{٤} = (\ldots\ldots)^{٢}$ (٢) $٣\frac{٣}{٨} = (\ldots\ldots)^{٣}$

(٣) $(-\frac{٢}{٥})^{٢} \times (-\frac{٥}{٢})^{٣} \times (\frac{١}{٥})^{\text{صفر}} = \ldots\ldots$

(٤) $(\frac{١}{٢})^{٢} \times (-\frac{١}{٢})^{٣} \div (-\frac{١}{٢})^{٤} = \ldots\ldots$

القوى الصحيحة غير السالبة

نعلم أن :

$$\left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥} = \left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)$$

، $\left(\tfrac{1}{2}\right)^{٣} = \left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)$

و بالتالى فإن :

[١] $\left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥}\times\left(\tfrac{1}{2}\right)^{٣} = \left[\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]\times\left[\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\right]$

$= \left(\tfrac{1}{2}\right)^{٨} = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥+٣}$

[٢] $\left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥}\div\left(\tfrac{1}{2}\right)^{٣} = \dfrac{\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)}{\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)\times\left(\tfrac{1}{2}\right)} = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{٢} = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥-٣}$

[٣] $\left(\left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥}\right)^{٣} = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥}\times\left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥}\times\left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥} = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥+٥+٥}$

$= \left(\tfrac{1}{2}\right)^{١٥} = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{٥\times٣}$

قوانين القوى الصحيحة غير السالبة :

إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ **عدداً نسبياً ، ن ، م عددين صحيحين غير سالبين فإن :**

[١] $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}}\times\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{م}} = \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}+\text{م}}$

" عند ضرب الأساسات المتحدة نجمع الأسس "

[٢] $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}}\times\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{م}} = \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}-\text{م}}$ " حيث $\text{ن} \geq \text{م}$ "

" عند قسمة الأساسات المتحدة نطـرح الأسس "

[٣] $\left(\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}}\right)^{\text{م}} = \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}\times\text{م}}$

ملاحظات :

إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{ء}}$ **عددين نسبيين ، ن عدد صحيح غير سالب فإن :**

* $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\times\frac{\text{جـ}}{\text{ء}}\right)^{\text{ن}} = \left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{\text{ن}}\times\left(\frac{\text{جـ}}{\text{ء}}\right)^{\text{ن}}$

* $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\div\frac{\text{جـ}}{\text{ء}}\right)^{\text{ن}} = \left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{\text{ن}}\div\left(\frac{\text{جـ}}{\text{ء}}\right)^{\text{ن}}$ حيث $\frac{\text{جـ}}{\text{ء}} \neq$ صفر

مثـال١ـ : أوجد قيمة $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} \times \frac{٣}{٢} \times \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣}$

الحــــــــــل

المقدار = $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢ + ١ + ٣} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٦} = \frac{٣^{٦}}{٢^{٦}} = \frac{٧٢٩}{٦٤}$

مثـال٢ـ : أوجد قيمة $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٥} \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤} \div \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٧}$

الحــــــــــل

المقدار = $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٥ + ٤} \div \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٧} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٩} \div \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٧} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٩ - ٧} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$

مثـال٣ـ : أوجد فى أبسط صورة $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{٣} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥}$

الحــــــــــل

المقدار = $-\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٥} = -\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣+٥} = -\left(\frac{١}{٢}\right)^{٨} = \frac{-١}{١٢٨}$

مثـال٤ـ : أوجد فى أبسط صورة $\left[\frac{س\,ص}{ع}\right]^{٢}$

الحــــــــــل

المقدار = $\left[\frac{س\,ص}{ع}\right]^{٢} = \frac{س^{٢}\,ص^{٢}}{ع^{٢}}$

مثـال٥ـ : أوجد فى أبسط صورة $\left[\frac{س^{٢}\,ص^{٢}}{ع^{٣}\,ل^{٤}}\right]^{٢}$

الحــــــــــل

المقدار = $\frac{س^{٤}\,ص^{٤}}{ع^{٦}\,ل^{٨}}$

مثـال٦ـ : أوجد فى أبسط صورة قيمة $\left[\frac{٥^{٢} \times ٥^{٤}}{٥^{٥}}\right]^{٢}$

الحــــــــــل

المقدار = $\left(\frac{٥^{٢+٤}}{٥^{٥}}\right)^{٢} = \left(\frac{٥^{٦}}{٥^{٥}}\right)^{٢} = (٥)^{٢} = ٢٥$

مثـــال ٧ : أوجد قيمة $\left[\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}\right]^{٣}$

الحـــــل

المقدار = $\left[\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}\right]^{٣} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٦} = \frac{١}{٦٤}$

مثـــال ٨ : إذا كان س = ٣ ، ص = $\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة $س^{٩} ص^{١٠}$

الحـــــل

المقدار = $س^{٩} \times ص^{٩} \times ص = (س\ ص)^{٩} \times ص = (٣ \times \frac{١}{٣})^{٩} \times \frac{١}{٣}$

$= (١)^{٩} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$

مثـــال ٩ : إذا كان س = ٣ ، ص = $\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة $س^{١٢} ص^{١٠}$

الحـــــل

المقدار = $س^{٢} \times س^{١٠} \times ص^{١٠} = س^{٢} \times (س\ ص)^{١٠} = ٣^{٢}\ (٣ \times \frac{١}{٣})^{١٠}$

$= ٩ \times (١)^{١٠} = ٩ \times ١ = ٩$

مثـــال ١٠ : إذا كان $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} \times س = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٧}$ أوجد قيمة س

الحـــــل

حيث أن : $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} \times س = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٧}$

$س = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٧} \div \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٧-٥} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢} = \frac{٩}{١٦}$

مثـــال ١١ : أثبت أن $٥^{٢٠} + ٥^{٢١}$ يقبل القسمة على ٦

الحـــــل

المقدار = $٥^{٢٠}\ (١ + ٥^{١}) = ٥^{٢٠} \times ٦$

٦ أحد عوامل المقدار ∴ المقدار يقبل القسمة على ٦

تمـــارين

[١] أكمل ما يأتى

(١) $(\frac{١}{٥})^{٣} \times (\frac{١}{٥})^{٢} = \dots\dots$

(٢) $(\frac{١}{٢})^{٦} \div (\frac{١}{٢})^{٣} = \dots\dots$

(٣) $(-\frac{٣}{٤})^{٣} \times (-\frac{٣}{٤})^{٥} \div (\frac{٣}{٤})^{٦} = \dots\dots$

(٤) $((\frac{٢}{٣})^{٢})^{٤} = \dots\dots$

(٥) $((-٢\frac{١}{٢})^{٢})^{٢} = \dots\dots$

[٢] أحسب قيمة كلا مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :-

(أ) $\frac{٣^{٤} \times ٣^{٥}}{٣^{٧}}$ (ب) $\frac{٥^{٤} \times ٥^{٦}}{٥^{٢} \times ٥^{٥}}$ (جـ) $\frac{(-٣)^{٤} \times ٣^{٤}}{(-٣)^{٦}}$

(ء) $\frac{٥^{١٢}}{٥^{٤} \times ٥^{٥}}$ (س) $\frac{س^{٤} \times ص^{٣} \times س^{٥}}{س^{٦} \times ص^{٢}}$ (ع) $\frac{س ص^{٢} \times س^{٢} ص}{س^{٢} ص^{٢}}$

[٣] ضع على صورة $(\frac{س}{ص})^{ن}$

(أ) $٣\frac{٣}{٨}$ (ب) $١\frac{٩}{١٦}$ (جـ) $٢\frac{٧}{٩}$ (ء) $٢\frac{١٠}{٢٧}$

[٤] إذا كانت : $س = -\frac{١}{٢}$ ، $ص = \frac{١}{٤}$ ، $ع = ٤$

فإن $(س + ص)^{٣} \times ع^{٣} = \dots\dots$ فى أبسط صورة

[٥] إذا كانت : $س = \frac{١}{٢}$ ، $ص = -\frac{٣}{٤}$ ، $ع = \frac{٣}{٢}$

فاوجد $(س^{٢} ع \div ص^{٢})$ فى أبسط صورة :

القوى الصحيحة السالبة

لاحظ ما يلى :

$٢^{٣} = ٨$ ، $٢^{٢} = ٤$ ، $٢^{١} = ٢$

$٢^{٠} = ١$

$٢^{-١} = \frac{١}{٢}$ أى أن : $٢^{-١} = \frac{١}{(٢)^{١}} = \frac{١}{٢}$

$٢^{-٢} = \frac{١}{٤}$ أى أن : $٢^{-٢} = \frac{١}{(٢)^{٢}} = \frac{١}{٤}$

وعلى هذا فإن : إذا كان : س عدداً نسبياً لا يساوى الصفر، ن عدداً صحيحاً موجباً

فإن : $س^{-ن} = \frac{١}{س^{ن}}$ ، $س^{ن} = \frac{١}{س^{-ن}}$

نلاحظ أن : $م^{ن} \times م^{-ن} = م^{ن-ن} = م^{صفر} = ١$ أى أن $م^{ن}$ ، $م^{-ن}$ هو المعكوس الضربى للآخر

مثــال١ : أوجد قيمة $\frac{٥^{-٢} \times ٥^{٨}}{٥^{٤}}$

الحــــــــــــــل

المقدار = $\frac{٥^{-٢+٨}}{٥^{٤}} = \frac{٥^{٦}}{٥^{٤}} = ٥^{٦-٤} = ٥^{٢} = ٢٥$

مثــال٢ : أوجد قيمة $(\frac{٥}{٣})^{-٤} \div (١\frac{٢}{٣})^{-٧}$

الحــــــــــــــل

المقدار = $(\frac{٥}{٣})^{-٤} \div (\frac{٥}{٣})^{-٧} = (\frac{٥}{٣})^{-٤+٧} = (\frac{٥}{٣})^{٣} = \frac{١٢٥}{٢٧}$

مثــال٣ : أوجد قيمة $(\frac{٧}{٣})^{-٦} \div (\frac{٧}{٣})^{-٤}$

الحــــــــــــــل

المقدار = $(\frac{٧}{٣})^{-٦} \div (\frac{٧}{٣})^{-٤} = (\frac{٧}{٣})^{-٦+٤} = (\frac{٧}{٣})^{-٢} = (\frac{٣}{٧})^{٢} = \frac{٩}{٤٩}$

مثـ٤ـال : أختصر لابسط صورة $\left(\frac{٥^{٣} \times ٥^{-٢}}{٥^{-١} \times ٥^{٤}}\right)^{-٢}$

الحـــــــــــــل

المقدار = $\left(\frac{٥^{٣-٢}}{٥^{-١+٤}}\right)^{-٢} = \left(\frac{٥^{١}}{٥^{٣}}\right)^{-٢} = (٥^{١-٣})^{-٢} = (٥^{-٢})^{-٢} = ٥^{٤} = ٦٢٥$

تدريب : أكمل الجدول التالى :

العدد = س	الأسس " القوى " السالبة								
	$س^{-١}$	$س^{-٢}$	$س^{-٣}$	$س^{-٤}$	$س^{-٥}$	$س^{-٦}$	$س^{-٧}$	$س^{-٨}$	$س^{-٩}$
٢	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{١٦}$					
٣	$\frac{١}{٣}$		$\frac{١}{٢٧}$						

ملاحظات :

إذا كان : س عدداً نسبياً لا يساوى الصفر ، $ن$ عدداً صحيحاً موجباً فإن :

(١) $س^{ن} \times س^{-ن} = ١$ " المحايد الضربى "

أى أن : كل من $س^{ن}$ ، $س^{-ن}$ هو المعكوس الضربى للآخر

(٢) إذا كان س ، ص عددين صحيحين لا يساويان الصفر ، $ن$ عدداً صحيحاً موجباً

فإن : $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-ن} = \left(\frac{ص}{س}\right)^{ن}$

فمثلاً : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٣} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣} = \frac{٨١}{٨}$

، إذا كانت $م = \frac{٧}{٣}$ فإن $م^{-١} = \frac{٣}{٧}$

، إذا كانت $ب = \frac{١}{٣}$ فإن $ب^{-١} = ٣$

(٣) جميع قوانين للقوى الصحيحة غير السالبة صحيحة فى حالة الصحيحة السالبة

تدريب : أكمل ما يأتى

(١) $(\frac{١}{٥})^{-٣}$ = ...   (٢) $(-\frac{٣}{٧})^{-٢}$ = ...

(٣) $(٣^{-٣})^{-١}$ = ...   (٤) $\text{س}^{٥} \times \text{س}^{-٣} \times \text{س}^{-٢}$ = ...

(٥) $(\text{ص}^{٥} \times \text{ص}^{-٢})^{٣}$ = ...   (٦) $(\text{س}^{٢})^{-٣} \div (\text{س}^{-١})^{٢}$ = ...

(٧) $\text{س}^{-٢} (\text{س}^{٢} + \text{س}^{-١})$ = ...

تمـــــارين

[١] أكمل ما يأتى :

(١) $٥ \text{ س}^{\text{صفر}}$ = ...   (٢) $(٥ \text{ س})^{\text{صفر}}$ = ...

(٣) $\frac{٢٧}{٨} = (.....)^{٣}$ (٤) $-\frac{٦٤}{١٢٥} = (.....)^{٣}$

(٥) $١٥\frac{٥}{٨} = (.....)^{٣}$ (٦) $٠.٤٩ = (.....)^{٢}$

(٧) إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = -\frac{٢}{٥}$ فإن $(\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{٣}$ = ...

(٨) إذا كان : س = −٣ ، ص = −٥ فإن : $(\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{٢}$ = ...

(٩) إذا كان س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٢}{٣}$ فإن : $\text{س}^{٢} \text{ ص}^{٢}$ = ...

(١٠) $(٢)^{-٣} + ١$ = ...   (١١) $(٣ \text{ س}^{-١})^{٢}$ = ...

(١٢) $(\frac{١}{٢})^{٢} + ٢^{\text{صفر}} - (٢)^{-٢}$ = ...

(١٣) $\text{أ}^{-٥} + ١ = \text{أ}^{-٥} (..... + ...)$ حيث أ ≠ صفر

[٢] أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $(\frac{١}{٢})^{\text{صفر}} + \frac{١}{٤}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٥}{٤}$ (د) $\frac{١}{٦}$

(٢) المعكوس الضربى للعدد $(\frac{٢}{٥})^{\text{صفر}}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $-\frac{٢}{٥}$ (جـ) ١   (د) $\frac{٥}{٢}$

(٣) المعكوس الضربى للعدد $(-١)^{٢}$ = ٠٠٠٠٠

(أ) $(-١)^{٣}$ (ب) $(-١)^{٢}$ (جـ) $١^{٣}$ (د) $١^{٢}$

(٤) المعكوس الجمعى للعدد $(-٣)^{\text{صفر}}$ = ٠٠٠٠٠

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٣ (د) $٣^{\text{صفر}}$

(٥) المعكوس الجمعى للعدد $(-\frac{٢}{٥})^{٢}$ = ٠٠٠٠٠

(أ) $\frac{٤}{٢٥}$ (ب) $-\frac{٤}{٢٥}$ (جـ) $\frac{٢٥}{٤}$ (د) $-\frac{٢٥}{٤}$

(٦) إذا كان : س = ص فإن : $(\frac{٣}{٧})^{\text{س} - \text{ص}}$ = ٠٠٠٠٠

(أ) $\frac{٣}{٧}$ (ب) $\frac{٧}{٣}$ (جـ) ١ (د) صفر

(٧) إذا كان : س = $-\frac{١}{٢}$ ، ص = ٣ فإن : $\text{س}^{\text{ص}}$ = ٠٠٠٠٠

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $-\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $-\frac{١}{٦}$

(٨) إذا كان : س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٣}{٨}$ فإن : $\text{س}^{٣}$ + ص = ٠٠٠٠٠

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٨}$

(٩) $٥^{٢} + ٥^{٢}$ = ٠٠٠٠٠ (أ) $١٠^{٢}$ (ب) $١٠^{٤}$ (جـ) $٥^{٤}$ (د) ٥٠

(١٠) $٣^{١٠} + ٣^{١٠} + ٣^{١٠}$ = ٠٠٠٠٠

(أ) $٣^{١٠}$ (ب) $٣^{٣٠}$ (جـ) $٩^{١٠}$ (د) $٣^{١١}$

(١١) ثلث العدد $٣^{١٠}$ = ٠٠٠٠٠

(أ) $٣^{١٠}$ (ب) $٣^{٩}$ (جـ) $٩^{٥}$ (د) $٣^{١١}$

(١٢) إذا كان : أ = $٧^{\text{س}}$ ، ب = $٧^{-\text{س}}$ فإن : أ × ب = ٠٠٠٠٠

(أ) $٧^{٢\text{س}}$ (ب) $٤٩^{٢\text{س}}$ (جـ) صفر (د) ١

(١٣) إذا كان : $\text{أ}^{\text{س}}$ = ٢ ، $\text{أ}^{-\text{ص}}$ = ٣ فإن : $\text{أ}^{\text{س} - \text{ص}}$ = ٠٠٠٠٠

(أ) ٦ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) -١ (د) ١

(١٤) إذا كان : س $\text{ص}^{-١}$ = $\frac{١}{٢}$ فإن : $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = ٠٠٠٠٠

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $-\frac{١}{٢}$ (جـ) ٢ (د) ١

[٣] أحسب كلاً مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

(١) $(٠.\dot{٦})^{٢}$

(٢) $(١ - ١\frac{٢}{٣})^{٢}$

(٣) $(\frac{١}{٢})^{٢} \times (\frac{١}{٢}) \times (\frac{١}{٢})^{٣}$

(٤) $[\,(\frac{١}{٢})^{٤} + (-\frac{٤}{٣})^{٢}\,] \times (-١\frac{٣}{٥})$

(٥) $(\frac{٤}{٥})^{٨} \div (\frac{٤}{٥})^{٦} \times \frac{٤}{٥}$

(٦) $\frac{٢^{٦} \times ٢}{٢^{٣} \times ٢^{٤}}$ (٧) $\frac{٣^{٤} \times ٣^{٥}}{٣^{٦}}$

(٨) $\frac{(-٢)^{٦} \times ٢^{٤}}{(-٢)^{٣} \times ٢^{٢}}$ (٩) $\frac{(٤\,\text{س}^{٣}\,\text{ص}^{٢})^{٧}}{(٢\,\text{س}\,\text{ص}^{٢})^{٧}}$

(١٠) $(١\frac{٧}{})^{٣} \div (-١\frac{١}{})^{٥}$ (١١) $(\frac{٣}{})^{١٠} \times (\frac{٥}{})^{١٠}$

(١٢) $\frac{٥^{-٧} \times ٥^{٣}}{٥^{-٦}}$ (١٣) $(\frac{٤^{-٣} \times ٣}{٤^{-٤}})^{-٢}$

٤ – إذا كان : س = $-\frac{٣}{٢}$ ، ص = $-\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة : $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٣}$

٥ – إذا كان : س = $\frac{٢}{٣}$ ، ص = $-\frac{٤}{٣}$ أوجد قيمة : $|\,\text{س}^{٣} + \text{ص}^{٣}\,|$

٦ – أوجد مساحة المربع الذى طول ضلعه $\frac{٣\,\text{س}}{٥}$ سم

٧ – أوجد حجم المكعب الذى طول حرفه $\frac{٤\,\text{ص}}{٧}$ سم

٨ – إذا كان : س = $\frac{٩}{٢}$ ، ص = $\frac{٣}{٢}$ أثبت أن : $(\frac{\text{س}}{\text{ص}})^{٢} \div ٣\,(\frac{\text{ص}}{\text{س}})^{٢} = ٢٧$

٩ – إذا كان أربعة أمثال عدد هو $٤^{٣}$: أوجد $\frac{٣}{}$ هذا العدد

١٠ – إذا كان : س = $\frac{١}{٥}$ ، ص = ٥ أوجد قيمة : $\text{س}^{١٥}\,\text{ص}^{١٤}$

١١ – إذا كان : س = ٤ ، ص = $٤^{-١}$ أوجد قيمة : $\text{س}^{٥١}\,\text{ص}^{٥٠}$

١٢ – أثبت أن : $٣^{١٥} + ٣^{١٤}$ يقبل القسمة على ٤

الصورة القياسية للعدد النسبى

الصورة القياسية للعدد :

هى طريقة تسهل التعامل مع الأعداد الكبيرة جداً أو الأعداد الصغيرة جداً و تساعد فى إجراء العمليات الحسابية لهذه الأعداد

وهذه الصورة هى : ا × ١٠^ن ، ١ ≤ |ا| < ١٠ ، ن ∈ ص+

ملاحظة : ا عدد محصور بين ١ ، ١٠ ، ١٠^ن عدد يعبر عن قوى العدد ١٠

قوى العدد ١٠ :

١٠^١ = ١٠	١٠^٢ = ١٠٠	١٠^٣ = ١٠٠٠	وهكذا
١٠^-١ = ١/١٠ = ٠.١	١٠^-٢ = ١/١٠٠ = ٠.٠١	١٠^-٣ = ١/١٠٠٠ = ٠.٠٠١	

فمثلًا: (١) ضع العدد ٧٣٠٠٠٠٠٠٠٠ على الصورة القياسية

لاحظ : يجب أن تتحرك العلامة العشرية ٩ خانات لليسار لذا نضرب × ١٠^٩

أى أن : ٧٣٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٧.٣ × ١٠^٩

(٢) ضع العدد ٠,٠٠٠٠٠٠٤٦ على الصورة القياسية

لاحظ : يجب أن تتحرك العلامة العشرية ٧ خانات لليمين لذا نضرب × ١٠^-٧

أى أن : ٠,٠٠٠٠٠٠٤٦ = ٤,٦ × ١٠^-٧

مثـ١ـال : ضع العدد ٥٢٠٠٠٠٠٠ على الصورة القياسية

الحـــــــل

٥٢٠٠٠٠٠٠ = ٥.٢ × ١٠^٧

مثـ٢ـال : ضع العدد ٠.٠٠٠٠٠٠٠١٢ على الصورة القياسية

الحـــــــل

٠.٠٠٠٠٠٠٠١٢ = ١,٢ × ٠.٠٠٠٠٠٠٠١ = ١,٢ × ١٠^-٨

مثـ٣ـال : أكتب العدد ٥٦ × ١٠^٧ على الصورة القياسية

الحـــــــــــل

العدد = $٥٦ \times ١٠^{٧} = ٥.٦ \times ١٠ \times ١٠^{٧} = ٥.٦ \times ١٠^{٨}$

مثـ٤ـال : أكتب العدد ٤٦١.٢×١٠^{٥} على الصورة القياسية

الحـــــــــــل

المقدار = $٤٦١.٢ \times ١٠^{٥} = ٤.٦١٢ \times ١٠^{٢} \times ١٠^{٥} = ٤.٦١٢ \times ١٠^{٧}$

مثـ٥ـال : أكتب ٠.٧×١٠^{٥} على الصورة القياسية

الحـــــــــــل

العدد = $٠.٧ \times ١٠^{٥} = ٧ \times ٠.١ \times ١٠^{٥} = ٧ \times ١٠^{-١} \times ١٠^{٥} = ٧ \times ١٠^{٤}$

مثـ٦ـال : أكتب ٠.٧×١٠^{-٥} على الصورة القياسية

الحـــــــــــل

العدد = $٠.٧ \times ١٠^{-٥} = ٧ \times ٠.١ \times ١٠^{-٥} = ٧ \times ١٠^{-١} \times ١٠^{-٥} = ٧ \times ١٠^{-٦}$

مثـ٧ـال : أكتب العدد ٥٧×١٠^{-٦} على الصورة القياسية

الحـــــــــــل

العدد = $٥٧ \times ١٠^{-٦} = ٥.٧ \times ١٠ \times ١٠^{-٦} = ٥.٧ \times ١٠^{-٥}$

مثــ٨ــال: أوجد الناتج على الصورة القياسية : $(٤.٥ \times ١٠^{٤}) \times (٨ \times ١٠^{٢})$

$(٤.٥ \times ١٠^{٤}) \times (٨ \times ١٠^{٢}) = (٤.٥ \times ٨) \times (١٠^{٤} \times ١٠^{٢})$

$= ٣٦ \times ١٠^{٦} = ٣.٦ \times ١٠^{٧}$

تدريب :

(١) ضع العدد ٦٥٠٠٠٠٠٠٠ على الصورة القياسية

لاحظ : يجب أن تتحرك العلامة العشرية ٠٠٠٠ خانات لليسار لذا نضرب × ٠٠٠٠

أى أن : ٦٥٠٠٠٠٠٠٠ = ٠٠٠٠٠ × ٠٠٠٠

(٢) ضع العدد ٠.٠٠٠٠٠٠٠١٣٥ على الصورة القياسية

لاحظ : يجب أن تتحرك العلامة العشرية ٠٠٠٠ خانات لليمين لذا نضرب × ٠٠٠٠

أى أن : ٠.٠٠٠٠٠٠٠١٣٥ = ٠٠٠٠٠ × ٠٠٠٠٠

(٣) أوجد الناتج على الصورة القياسية : $(٦.٦ \times ١٠^{٨}) \times (٣^{٢} \times ١٠^{٣})$

$(٦.٦ \times ١٠^{٨}) \times (٣^{٢} \times ١٠^{٣})$ = (٠٠٠٠٠) × (٠٠٠٠٠)

= ٠٠٠٠٠٠ = ٠٠٠٠٠

(٤) أوجد الناتج على الصورة القياسية : $(٤.٨ \times ١٠^{١١}) \div (١.٦ \times ١٠^{-٥})$

$(٤.٨ \times ١٠^{١١}) \div (١.٦ \times ١٠^{-٥})$ = (٠٠٠٠٠) × (٠٠٠٠٠)

= ٠٠٠٠٠٠ = ٠٠٠٠٠

(٥) أوجد الناتج على الصورة القياسية : (٢٠٠٠٠٠٠) × (٦٠٠٠٠٠)

(٢٠٠٠٠٠٠) × (٦٠٠٠٠٠) = ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

(٦) أوجد الناتج على الصورة القياسية : (١٥٠٠٠٠٠) × (٠.٠٠٠٥)

(١٥٠٠٠٠٠) × (٠.٠٠٠٥) = ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

(٧) أوجد الناتج على الصورة القياسية : $(٤٠٠٠٠)^{٣}$ = ٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

(٨) ضع العدد ٠.٣٤٥×١٠^{-٥} على الصورة القياسية

(٩) ضع العدد ٢٥×١٠^{٥} على الصورة القياسية

تمارين

١ – أكتب الأعداد الآتية فى الصورة القياسية :

(١) ٩٧٠٠٠٠٠٠٠٠ (٢) ٠.٠٠٠٠٠٠٠٠١٣٤

(٣) ٣١٤.٥٠٠١١٦٦ (٤) ٦ مليون

(٥) ٣٣.٤×١٠^{٤} (٦) ٧٠٣.٥×١٠^{-٩}

(٧) ٩٦×١٠^{٥} (٨) ٧٨×١٠^{-٧}

٢ – أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) ٣.٠٤×١٠^{٧} = ٠٠٠٠٠

ⓐ ٣٤٠٠٠٠٠ ⓑ ٣٠٤٠٠٠٠٠٠ ⓒ ٣٠٤٠٠٠٠٠ ⓓ ٣٤٠٠٠٠٠٠

(٢) $٥٫٣٧ \times ١٠^{-٤}$ = ...

Ⓐ ٠٫٠٠٠٥٣٤ Ⓑ ٠٫٠٠٠٥٣٧ Ⓒ ٥٣٧٠٠ Ⓓ ٠٫٠٠٠٠٥٣٧

(أ) ٠٫٠٠٠٥٣٤ (ب) ٠٫٠٠٠٥٣٧ (جـ) ٥٣٧٠٠ (د) ٠٫٠٠٠٠٥٣٧

(٣) إذا كان : ٠٫٠٠٨٩ = ٨٫٩ × ص فإن : ص = ...

(أ) $١٠^{-١}$ (ب) $١٠^{-٣}$ (جـ) $١٠^{-٤}$ (د) $١٠^{٤}$

(٤) إذا كان : ٠٫٠٠٥٠٣ = س × $١٠^{-٥}$ فإن : س = ...

(أ) ٥٠٣ (ب) ٥٫٠٣ (جـ) ٥٠٫٣ (د) ٠٫٥٠٣

(٥) ٦٠٠٠ × ٥٠ = ...

(أ) ٣٠٠×١٠^{٢} (ب) ٣٠×١٠^{٥} (جـ) ٣×١٠^{٥} (د) ٣٠×١٠^{٣}

(٦) ٩٠٠ × ٤٥ = ...

(أ) $٤٫٠٥ \times ١٠^{٢}$ (ب) $٤٫٠٥ \times ١٠^{٣}$ (جـ) $٤٫٠٥ \times ١٠$ (د) ٤٥×١٠^{٢}

(٧) نصف البليون = ...

(أ) ٥٠×١٠^{٨} (ب) ٥×١٠^{٨} (جـ) $٠٫٥ \times ١٠^{٨}$ (د) ٥٠٠×١٠^{٧}

٣ـ أكتب ناتج كل مما يأتى على الصورة القياسية:

(١) $(٦٫٤ \times ١٠^{٨}) \times (١٫٥ \times ١٠^{٥})$ (٢) $(٨٫٥ \times ١٠^{٧}) \times (٣٫١ \times ١٠^{-٤})$

(٣) $(٣٫٨ \times ١٠^{٨}) \div (١٫٩ \times ١٠^{٦})$ (٤) $(٣٥٫٥ \times ١٠^{-٤}) \times (٥ \times ١٠^{٤})$

(٥) $(٤٫٤ \times ١٠^{٣}) \times (٣ \times ١٠^{٥})$ (٦) $(٤٫٥٤ \times ١٠^{٤}) + (٣٫٧٦ \times ١٠^{٣})$

(٧) $(٥٫٣ \times ١٠^{٨}) - (٠٫٨ \times ١٠^{٧})$ (٨) ٤٠٠ × ٠٫٠٠٠٠٠٧

٤ـ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

(١) ٨٠٠٠٠٠٠ = ٨×١٠^{س} (٢) ٠٫٠٠٠٠٠٠٠٠٦ = ٦×١٠^{س}

(٣) $(٠٫٠٠٤)^{٣}$ = $١٫٦ \times ١٠^{س}$ (٤) ٧٦٥٩٨ = س × $١٠^{٤}$

٥ـ فى العدد $٥٫٧٤ \times ١٠^{١٥}$ أوجد عدد الأصفار التى تقع يمين الرقم ٤

٦ـ تبلغ سرعة الضوء ٣٠٠٠٠٠ كم / ث عبر عن سرعة الضوء بالمتر / ث فى الصورة القياسية

٧ـ بدون إستخدام الحاسبة أوجد الناتج فى الصورة القياسية :

(١) $١٠^{٣٩} - ١٠^{٣٨}$ (٢) $٢^{١٩} \times ٥^{١٥}$

ترتيب إجراء العمليات الرياضية

عند إجراء العمليات الرياضية :

يجب إتباع قواعد معينة والتى تحدد ترتيب إجراء العمليات الرياضية للوصول إلى الحل الصحيح ، كما أن الآلات الحاسبة و أجهزة الكمبيوتر تتبع نفس الترتيب لإجراء العمليات الرياضية وهى كالآتى :

(١) لترتيب العمليات بدون أقواس : تتبع الخطوات الآتية :

(أولا) نحسب قوى العدد إن وجدت

(ثانيا) نجرى عمليات الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار

(ثالثا) نجرى عمليات الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

تدريب : أحسب قيمة كل مما يأتى :

(١) ٣ + ١٢ ÷ ٦

٣ + ١٢ ÷ ٦ = ٣ + ٢ = ٥ " نقسم ١٢ على ٦ ثم نجمع ٣ "

(٢) ٩ + ٤ × ٣^{٣}

٩ + ٤ × ٣^{٣} = ٩ + ٤ × ٢٧ = ٩ + ١٠٨ = ١١٧

" نوجد القوة الثالثة لعدد ٣ ثم نضرب فى ٤ ثم نجمع ٩ "

(٣) ١٤٤ – ٨ ÷ ٢^{٢} =

(٤) ٣ × ٦ – ٤ ÷ ٢ =

(٢) لترتيب العمليات مع وجود أقواس : تتبع الخطوات الآتية :

(أولا) نحسب " الأسس " قوى العدد إن وجدت

(ثانيا) نجرى العمليات داخل الأقواس الداخلية أولا ثم الأقواس الخارجية

(ثالثا) نجرى عمليات الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار

(رابعا) نجرى عمليات الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

مثـ١ـال : أحسب قيمة كل مما يأتى : ٣ + ٦ × (٥ + ٤) ÷ ٣ – ٧

٣ + ٦ × (٥ + ٤) ÷ ٣ – ٧ = ٣ + ٦ × ٩ ÷ ٣ – ٧ " الأقواس "

= ٣ + ٥٤ ÷ ٣ – ٧ " الضرب "

= ٣ + ١٨ – ٧ " القسمة "

= ٢١ – ٧ = ١٤ " الطرح "

مثـ٢ـال : أحسب قيمة كل مما يأتى : ٣ [($٣^{٢}$ + ١) – ($٢^{٣}$ – ٢)]

٣ [($٣^{٢}$ + ١) – ($٢^{٣}$ – ٢)] = ٣ [(٩ + ١) – (٨ – ٢)] "الأسس"

= ٣ [١٠ – ٦] " الأقواس الداخلية"

= ٣ × ٤ " الأقواس الخارجية"

= ١٢ " الضرب"

مثـ٣ـال : أحسب قيمة كل مما يأتى : ٢ + ٣ [٥ + (٤ – ١ $)^{٢}$]

الحـــــــل

= ٢ + ٣ [٥ + $(٣)^{٢}$]

= ٢ + ٣ [٥ + ٩]

= ٢ + ٣ × ١٤

= ٢ + ٥٢ = ٥٤

مثـ٤ـال : أحسب قيمة المقدار ٢ × ٦ – ٤ ÷ ٢

الحـــــــل

المقدار = ٢ × ٦ – ٤ ÷ ٢ = ١٢ – ٢ = ١٠

مثـ٥ـال : أحسب قيمة المقدار ٩ + ٤ × $٣^{٢}$

الحـــــــل

المقدار = ٩ + ٤ × $٣^{٢}$ = ٩ + ٤ × ٩ = ٩ + ٣٦ = ٤٥

مثـ٦ـال : أوجد ناتج ٤ × ٧ – $٣^{٢}$

الحـــــــل

المقدار = ٤ × ٧ – $٣^{٢}$ = ٤ × ٧ – ٩ = ٢٨ – ٩ = ١٩

مثـ٧ـال : أوجد ناتج ١٤٤ – ٨ ÷ $٢^{٣}$

الحـــــــل

المقدار = ١٤٤ – ٨ ÷ $٢^{٣}$ = ١٤٤ – ٨ ÷ ٨ = ١٤٤ – ١ = ١٤٣

مثــ٨ــال : أوجد ناتج ٤ × $٢^{٣}$ – ٢٠

الحـــــــــــل

المقدار = ٤ × $٢^{٣}$ – ٢٠ = ٤ × ٨ – ٢٠ = ٣٢ – ٢٠ = ١٢

مثــ٩ــال : أحسب قيمة ١٩٦ ÷ $(٧ – ٥)^{٢}$

الحـــــــــــل

المقدار = ١٩٦ ÷ $(٧ – ٥)^{٢}$ = ١٩٦ ÷ $(٢)^{٢}$ = ١٩٦ ÷ ٤ = ٤٩

مثــ١٠ــال : أوجد قيمة: ٧ ($٦^{٢}$ ÷ ٢ × ٣)

الحـــــــــــل

المقدار = ٧ ($٦^{٢}$ ÷ ٢ × ٣) = ٧ (٣٦ ÷ ٦) = ٧ × ٦ = ٤٢

مثــ١١ــال : أحسب قيمة ١٢ × $٢^{٢}$ ÷ ٢٤ + $٣^{٢}$

الحـــــــــــل

المقدار = ١٢ × $٢^{٢}$ ÷ ٢٤ + $٣^{٢}$ = ١٢ × ٤ ÷ ٢٤ + ٩ = ٤٨ ÷ ٢٤ + ٩

= ٢ + ٩ = ١١

مثــ١٢ــال : أحسب قيمة ٢ – [(٧ – ٣) – ٢]

الحـــــــــــل

المقدار = ٢ – [(٧ – ٣) – ٢] = ٢ – [٤ – ٢] = ٢ – ٢ = صفر

مثــ١٣ــال : أحسب قيمة ٣ + [٥ + ٢ (٨ ÷ ٤)]

الحـــــــــــل

المقدار = ٣ + [٥ + ٢ (٨ ÷ ٤)] = ٣ + [٥ + ٢ (٢)] = ٣ + [٥ + ٤]

= ٣ + ٩ = ١٢

مثــ١٤ــال : أحسب قيمة ٦ ÷ ٣ + [٧ + ٢٠ ÷ $(٦ – ٢)^{٢}$]

الحـــــــــــل

المقدار = ٦ ÷ ٣ + [٧ + ٢٠ ÷ (٦ – ٢)^{٢}] = ٢ + [٧ + ٢٠ ÷ (٦ – ٤)]

= ٢ + [٧ + ٢٠ ÷ ٢] = ٢ + [٧ + ١٠] = ٢ + ١٧ = ١٩

مثـال ١٥ : أحسب قيمة $\frac{١٥ + ٧}{١٥ - ٤}$

الحــــــــل

المقدار = $\frac{١٥ + ٧}{١٥ - ٤}$ = $\frac{٢٢}{١١}$ = ٢

مثـال ١٦ : أحسب قيمة $\frac{٥ + ٢ \times ٥}{٢^{٢} + ١}$ + ٥^{٢} – ٥

الحــــــــل

المقدار = $\frac{٥ + ٢ \times ٥}{٢^{٢} + ١}$ + ٥^{٢} – ٥ = $\frac{٥ + ١٠}{٤ + ١}$ + ٢٥ – ٥ = $\frac{١٥}{٥}$ + ٢٥ – ٥

= ٣ + ٢٥ – ٥ = ٣ + ٢٠ = ٢٣

مثـال ١٧ : أوجد قيمة المقدار ١٦ ٲ ÷ (٤ ب) + ٣ ب ٲ عندما ٲ = ٩ ، ب = ٦

الحــــــــل

المقدار = ١٦ × ٩ ÷ (٤ × ٦) + ٣ × ٦ × ٩ = ١٤٤ ÷ ٢٤ + ١٦٢

= ٦ + ١٦٢ = ١٦٨

مثـال ١٨ : إذا كانت س = ٣ أوجد قيمة المقدار ٢ $\left(\frac{٥ س + ٣}{٤ س - ٣}\right)$

الحــــــــل

المقدار = ٢ $\left(\frac{٥ \times ٣ + ٣}{٤ \times ٣ - ٣}\right)$ = ٢ × $\left(\frac{١٥ + ٣}{١٢ - ٣}\right)$ = ٢ × $\left(\frac{١٨}{٩}\right)$ = ٢ × ٢ = ٤

مثـال ١٩ : أختصر $\frac{ن}{٣}$ (٣ ن – ٦) + $\frac{١}{٢}$ (٦ – ٢ ن) ما قيمة الناتج عندما ن = ١

الحــــــــل

المقدار = $\frac{ن}{٣}$ × ٣ ن - $\frac{ن}{٣}$ × ٦ + $\frac{١}{٢}$ × ٦ - $\frac{١}{٢}$ × ٢ ن = ن^{٢} – ٢ ن + ٣ – ن

= ن^{٢} – ٣ ن + ٣

عندما ن = ١　　∴ المقدار = (١)^{٢} – ٣ (١) + ٣ = ١ – ٣ + ٣ = ١

مثـ٢٠ـال : إذا كان س = ٤ (٥ + ٦) ـ ٦ ،،، ص = ٩ (٣٦ ÷ ١٢) ÷ ٣

أوجد القيمة العددية للمقدار س + ص

الحـــــــــل

س = ٤ (٥ + ٦) ـ ٦ = ٤ (١١) ـ ٦ = ٤٤ ـ ٦ = ٣٨

ص = ٩ (٣٦ ÷ ١٢) ÷ ٣ = ٩ (٣) ÷ ٣ = ٢٧ ÷ ٣ = ٩

المقدار = س + ص = ٣٨ + ٩ = ٤٧

تمـــارين

١ ـ أحسب قيمة كل مما يأتى :

(١) ٥ + ٢ × ٣	(٢) ٤ × ٣ ـ ١٥ ÷ ٥

(٣) ٤ × ٧ ـ $٣^{٢}$	(٤) ١٩٦ ÷ $(٧ ـ ٥)^{٢}$

(٥) ١٨ ÷ (٩ ـ ٦) × (١ + ٢)

(٦) (٧ ـ ٤) × ٢ ÷ (٥ ـ ٣)

(٧) [٤ ـ (٥ ـ ٢)] ـ ١

(٨) (٢٦ + ١) ÷ [(٤ ـ ٣) ٣]

(٩) (١٥ × ٢) ÷ [٥ ـ (٩ ـ ٧)]

(١٠) ٦ ÷ ٣ + [٧ + ٢٠ ÷ (٦ ـ $٢^{٢}$)]

(١١) ($\frac{٣}{٢}$ × ٣ $\frac{١}{٢}$) ÷ ($\frac{٦}{٥}$ ـ ١)

(١٢) ١٥.٥ ـ ٩.٦ ÷ ١.٥ ـ ١ $\frac{١}{٥}$

(١٣) $\frac{١٥ + ٧}{١٥ ـ ٤}$	(١٤) $\frac{٥^{٢} ـ ٥ × ٢}{(١٥ + ٣) ÷ ٦}$

٢ ـ إذا كانت : س = ٣ أوجد قيمة المقدار : ٢ ($\frac{٥ س + ٣}{٤ س ـ ٣}$)

٣ ـ إذا كانت : س = ٢ ، ص = ٥ أوجد قيمة كل من : $(س + ص)^{٢}$ ، $(ص ـ س)^{٣}$

٤ ـ أختصر : $\frac{س}{٣}$ (٣ س ـ ٦) + $\frac{١}{٢}$ (٦ ـ ٢ س) ثم أوجد قيمة المقدار عندما س = ١

٥ ـ إذا كانت : س = ٤ (٥ + ٦) ـ ٦ ، ص = ٩ (٣٦ ÷ ٢١) ÷ ٣

أوجد القيمة العددية للمقدار : ٢ س + ٤ ص

٦ – أوجد المساحة الكلية لمتوازى مستطيلات أبعاده هى : س = ٢ س سم ، ص = ٣ سم
ع = ٥ سم " المساحة الكلية لمتوازى المستطيلات = ٢ (س ص + ص ع + ع س)

٧ - أختصر ٢ (٣س – ص) – ٥ (ص – ٢ س) ثم أوجد قيمة الناتج عندما
س = ٤ ، ص = -٢

٨ – إذا كانت س = ٢ ، ص = ٥ أوجد القيمة العددية لكلا من المقادير الاتية
(أ) (س + ص)^{٢} (ب) (س – ص)^{٢} (جـ) س^{٣} + ص^{٢}

٩ – إذا كانت س = ١٥ ÷ ٥ + ١ ، ص = ١٧ – ٥ × ٣ أوجد قيمة ٣ س + ٥ ص

١٠ – إذا كانت س = ٣ (٤ + ١) – ٤ × ٢ ، ص = ٢ × ٣^{٢} – ٥ × ٣
أوجد قيمة ٥س + ٢ ص

الجذر التربيعى لعدد نسبى على صورة مربع كامل

أكمل :

العدد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
مربعه	١		٩			٣٦			٨١	
العدد	– ١	– ٢	– ٣	– ٤	– ٥	– ٦	– ٧	– ٨	– ٩	– ١٠
مربعه		٤						٦٤		١٠٠

العدد النسبى المربع الكامل :

إذا كان : س عدداً نسبياً لا يساوى الصفر
فإن : س^{٢} يسمى عدد نسبى مربع كامل وهو موجب دائماً

فمثلاً : العدد ٩ عدد نسبى مربع كامل لأن : ٩ = (٣)^{٢} أ؛ ٩ = (– ٣)^{٢}
، العدد $\frac{١٦}{٤٩}$ عدد نسبى مربع كامل لأن : $\frac{١٦}{٤٩}$ = ($\frac{٤}{٧}$)^{٢} أ؛ $\frac{١٦}{٤٩}$ = (– $\frac{٤}{٧}$)^{٢}

ملاحظة : إذا علم مربع العدد فالعملية العكسية لإيجاد العدد هى إيجاد الجذر التربيعى للعدد
ويستخدم الرمز $\sqrt{\ }$ ليدل على الجذر التربيعى الموجب لعدد نسبى

فمثلاً : $\sqrt{٦٤} = ٨$ ، $-\sqrt{٦٤} = -٨$

، $\pm\sqrt{٦٤} = \pm ٨$ " يدل على الجذرين التربيعيين لعدد ٦٤ "

ملاحظات :

[١] كل عدد نسبى مربع كامل له جذران تربيعيان كل منهما معكوسا جمعيا للآخر ومربع كل منهما هو العدد المربع الكامل

[٢] يجب كتابة العدد النسبى فى أبسط صورة له قبل إيجاد جذراه التربيعيان

[٣] لا معنى لإيجاد $\sqrt{\frac{س}{ص}}$ إذا كان العدد $\frac{س}{ص} <$ صفر " أى سالباً "

لأنه لا يوجد عدد نسبى إذا ضرب فى نفسه يكون الجواب سالباً

فمثلاً : $\sqrt{-٤}$ لا معنى له

[٤] $\left(\sqrt{\frac{س}{ص}}\right)^٢ = |\frac{س}{ص}|$ حيث : $|\frac{س}{ص}| \geq$ صفر

فمثلاً : $\sqrt{(-٣)^٢} = |-٣| = ٣$

[٥] $\sqrt{س^٢ ص^٢} = (\sqrt{س ص})^٢ = س ص$ حيث : $س ص \geq$ صفر

أى أن : نقسم الأسس ÷ ٢

فمثلاً : $\sqrt{س^٤ ص^٦} = س^٢ ص^٣$

[٦] عند وجود عملية جمع أو طرح تحت الجذر تجرى العملية أولاً قبل إيجاد الجذر

فمثلاً : $\sqrt{١٠٠ - ٣٦} = \sqrt{٦٤} = ٨$

[٧] إذا صعب إيجاد الجذر التربيعى لعدد ما مباشرة يحلل هذا العدد إلى عوامله الأولية ثم يأخذ من كل عاملين متساويين عاملاً واحداً ، ويكون حاصل ضرب هذه العوامل المأخوذة هو الجذر التربيعى لهذا العدد

مثــال١ : أوجد : $\sqrt{٤٤١}$

الحـــــــل

$= \sqrt{٣ \times ٣ \times ٧ \times ٧} = ٣ \times ٧ = ٢١$

٤٤١	٣	٣
١٤٧	٣	
٤٩	٧	٧
٧	٧	
١		

مثـ٢ـال : أوجد $\sqrt{٢٣٠٤}$

٢٣٠٤	٢
١١٥٢	٢
٥٧٦	٢
٢٨٨	٢
١٤٤	٢
٧٢	٢
٣٦	٢
١٨	٢
٩	٣
٣	٣
١	

(كل زوج من العوامل: ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٣)

الحــــــــل

$\sqrt{٢٣٠٤} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣$

$= ٤٨$

مثـ٣ـال : أوجد قيمة $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} \times \sqrt{\frac{٨١}{١٦}} \times \left(\frac{٥}{٣}\right)^{صفر}$

الحــــــــل

المقدار $= \frac{٤}{٩} \times \frac{٩}{٤} \times ١ = ١$

مثـ٤ـال : أوجد $\sqrt{\sqrt{٨١}}$

الحــــــــل

$\sqrt{\sqrt{٨١}} = \sqrt{٩} = ٣$

تمارين

١ ـ أوجد كل مما يأتى :

(١) $\sqrt{١٦}$ (٢) $-\sqrt{٢٥٠٠}$

(٣) $\pm\sqrt{٠,٨١}$ (٤) $\sqrt{٦\frac{١}{٤}}$

(٤) $\sqrt{\sqrt{٨١}}$ (٦) $\pm\sqrt{\left(\frac{٩}{٤٩}\right)^{٢}}$

(٧) $\sqrt{\frac{٤٩ س^{٤}}{٨١ ص^{٢}}}$ (٨) $\sqrt{٩} + \sqrt{١٦}$

(٩) $\sqrt{١٦ + ٩}$ (١٠) $\sqrt{٢٢٥ - ٨١}$

(١١) المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{٠,٤٩}$ (١٢) المعكوس الضربى للعدد $\sqrt{\frac{٤}{٢٥}}$

(١٣) المعكوس الجمعى للعدد $-\sqrt{١\frac{٧}{٩}}$

[٢] إذا كان : س = $\sqrt{\frac{١}{٤}}$ ، ص = ٢ أوجد قيمة : س ص

[٣] إذا كان : ٢ س = $\sqrt{٣٦}$ أوجد قيمة : س

[٤] إذا كان : $\frac{س}{٤} = \frac{١٦}{س}$ أوجد قيمة : س

[٥] إذا كان : س = $\sqrt{\frac{١}{٤}}$ أوجد قيمة : $س^{٣}$

[٦] أوجد قيمة : $\sqrt{١} + \sqrt{٤} + \sqrt{٩} + \sqrt{١٦} + \sqrt{٢٥} + \sqrt{٣٦} + \sqrt{٤٩} + \sqrt{٦٤}$

[٧] أختصر لأبسط صورة : $\sqrt{\frac{٤٩}{٤}} \times (\frac{٢}{٧})^{صفر} \times (-\frac{٢}{٧})^{٢}$

[٨] أختصر لأبسط صورة : $(-\frac{١}{٣})^{٢} + \sqrt{\frac{٦٤}{٨١}} - (\frac{٣}{٤})^{صفر}$

[٩] أوجد عددين نسبيين يقعان بين : $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$ ، $\frac{٣}{٤}$

[١٠] إذا كان $\frac{٣}{٤}$ مساحة مربع تساوى $١\frac{١١}{٦٤}$ متر مربع أوجد طول ضلعه

[١١] أوجد الجذرين التربيعيين لكل من : ٤ × ١٢٢٥ ، ٥ ÷ $\frac{٥}{١٦}$ ، ١٦٨١ ــ ٨١

[١٢] أكمل لتحصل على عبارة صحيحة : (١) $\sqrt{١} + \sqrt{٤} + \sqrt{٩} = \sqrt{.........}$

(٢) $\sqrt{.........} = ٨$ (٣) $\sqrt{٢٥} + \sqrt{٤٩} = \sqrt{.........}$

حل المعادلات من الدرجة الأولى فى مجهول واحد

نظراً لأن طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل المعادلة طويلة وقد تكون مستحيلة إذا كان عدد عناصر مجموعة التعويض لا نهائى مثل " ط ، ص ، ن " ولأن كل معادلة لها معادلة مكافئة لها ونحصل عليها بإستخدام خواص علاقة التساوى التالى ذكرها بهدف جعل المجهول س منفرداً فى أحد طرفى المعادلة

خواص علاقة التساوى :

إذا كان س ، ص ، ع أعداداً نسبية فإن :

(١) الإضافة : إذا كان س = ص فإن : س + ع = ص + ع

فمثلا : إذا كان س ــ ١ = ٣ فإن س = ٤ (بإضافة ١ للطرفين)

(٢) الضرب : إذا كان س = ص فإن : س × ع = ص × ع

فمثلا : إذا كان $\frac{١}{٣}$ س = ٤ فإن س = ١٢ (بضرب الطرفين × ٣)

(٣) الحذف : إذا كان س + ص = ص + ع فإن س = ع

فمثلا : إذا كان س + ٣ = ٧ فإن س = ٤ (بطرح ٣ من الطرفين)

(٤) القسمة : إذا كان س × ع = ص × ع فإن س = ص ، ع ≠ صفر

فمثلا : إذا كان ٥ س = ١٥ فإن س = ٣ (بقسمة الطرفين على ٥)

مثــ١ــال : حل المعادلة س + ١ = ٤ و تحقق من الناتج

الحــــــــــل

بإستخدام خاصية المعكوس الجمعى " بإضافة (ــ ١) للطرفين "

∴ س + ١ ــ ١ = ٤ ــ ١ ∴ س = ٣ ∴ مجموعة الحل = { ٣ }

التحقيق : بالتعويض فى المعادلة الأصلية عن س = ٣ ينتج

٣ + ١ = ٤ = الطرف الأيسر ∴ مجموعة الحل = { ٣ }

حل آخر :

∵ س + ١ = ٤ ∴ س + ١ = ٣ + ١

لاحظ أن : ٤ = ٣ + ١ " مكونات العدد ٤

بحذف ١ من الطرفين ∴ مجموعة الحل = { ٣ }

مثــ٢ــال : حل المعادلة س + ٢ = ٥ فى ط وتحقق من الناتج

الحــــــــــل

س + ٢ = ٥ بأضافة (-٢) إلى طرفى المعادلة

س + ٢ ــ ٢ = ٥ ــ ٢ ∴ س = ٣

م . ح = { ٣ } التحقق الايمن = ٣ + ٢ = ٥ = الايسر

مثــ٣ــال : حل المعادلة س ــ ٣ = ٤ فى ط وتحقق من الناتج

الحــــــــــل

س ــ ٣ = ٤ بأضافة + ٣ إلى طرفى المعادلة

س – ٣ + ٣ = ٤ + ٣		∴ س = ٧

م . ح = { ٧ }		التحقق الايمن = ٧ – ٣ = ٤ = الايسر

**مثـ٤ـال : حل المعادلة س + ٥ = ٢		فى ط**

الحـــــــل

بأضافة – ٥ إلى طرفى المعادلة

∴ س + ٥ – ٥ = ٢ – ٥		∴ س = -٣

∵ -٣ لا تنتمى إلى ط		∴ م . ع = ∅

مثـ٥ـال : حل المعادلة س + ٤ = ١ فى ص

الحـــــــل

بأضافة – ٤ الى طرفى المعادلة

∴ س + ٤ – ٤ = ١ – ٤		∴ س = -٣

∵ -٣ تنتمى الى ص		∴ م . ع = { -٣ }

**مثـ٦ـال : حل المعادلة ٢س – ٣ = ٧		فى ن**

الحـــــــل

بأضافة + ٣ إلى طرفى المعادلة		٢ س – ٣ + ٣ = ٧ + ٣

∴ ٢س = ١٠		بقسمة طرفى المعادلة على ٢

$\frac{٢س}{٢} = \frac{١٠}{٢}$

∴ ٢ س = ٥		∴ م . ح = { ٥ }

**مثـ٧ـال : حل المعادلة ٣س – ١ = س + ٧		فى ن**

الحـــــــل

بأضافة – س الى طرفى المعادلة		٣س – ١ – س = س + ٧ – س

∴ ٢س – ١ = ٧		بأضافة + ١ الى طرفى المعادلة

∴ ٢ س – ١ + ١ = ٧ + ١		∴٢س = ٨

∴ س = $\frac{٨}{٢}$ = ٤		∴ م . ح = { ٤ }

مثـ٨ـال : أوجد فى ص مجموعة الحل للمعادلة ٥س + ١ = ٢ س + ٥

الحـــــــل

بأضافة – ٢ س من طرفى المعادلة　　∴ ٥ س + ١ – ٢ س = ٢ س + ٥ – ٢ س

∴ ٣س + ١ = ٥　　بأضافة – ١ من طرفى المعادلة

∴ ٣ س + ١ – ١ = ٥ – ١　　∴ ٣س = ٤　　بقسمة طرفى المعادلة على ٣

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٤}{٣}$　　∴ س = $\frac{٤}{٣}$

∵ $\frac{٤}{٣}$ لا ينتمى إلى ص　　∴ م . ح = ∅

مثـــال ٩ : أوجد فى ن مجموعة الحل للمعادلة ٥ س – ١ = ٣

الحـــــــــــــل

بأضافة +١ الى طرفى المعادلة　　٥ س – ١ + ١ = ٣ + ١

٥ س = ٤　　بقسمة طرفى المعادلة على ٥　　$\frac{٥س}{٥} = \frac{٤}{٥}$

∴ س = $\frac{٤}{٥}$　　∵ $\frac{٤}{٥}$ ∌ ن　　∴ م . ح = { $\frac{٤}{٥}$ }

تدريب (١) : حل المعادلة　٣ س = ٩　و تحقق من الناتج

بإستخدام خاصية المعكوس　　" بضرب الطرفين ×

∴ ٣ س × ٠٠٠ = ٩ × ٠٠٠　　∴ س = ٠٠٠　　∴ مجموعة الحل = { ٠٠٠ }

التحقيق : بالتعويض فى المعادلة الأصلية عن س = ٠٠٠٠ ينتج

٣ × ٠٠٠٠ = ٩ = الطرف الأيسر　　∴ مجموعة الحل = { ٠٠٠٠ }

حل آخر :

∵ ٣س = ٩　　∴ ٣س = ٣ × ٠٠٠٠

لاحظ أن : ٩ = ٣ × ٠٠٠٠ " مكونات العدد ٩

بحذف ٠٠٠٠ من الطرفين　　∴ مجموعة الحل = { ٠٠٠٠ }

حل آخر :

∵ ٣س = ٩　　بقسمة الطرفين على ٠٠٠٠　　∴ س = ٠٠٠٠

∴ مجموعة الحل = { ٠٠٠٠ }

تدريب (٢) : حل المعادلة　٥ س + ١ = ١١　و تحقق من الناتج

بإستخدام خاصية المعكوس　　" بإضافة ٠٠٠٠ للطرفين "

∴ ٥ س + ١ + ٠٠٠٠ = ١١ + ٠٠٠٠

∴ ٥ س = ٠٠٠٠　　بإستخدام خاصية المعكوس　　" بضرب الطرفين ×

∴ ٥ س = ٠٠٠　　∴ س = ٠٠٠　　∴ مجموعة الحل = { ٠٠٠ }

تمارين

[١] أوجد مجموعة الحل لكل مما يأتى :

(١) س + ٢ = ٧   علماً بأن مجموعة التعويض هى { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

(٢) س − ٣ = ٢   علماً بأن مجموعة التعويض هى { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

(٣) ٣ س = ٦   علماً بأن مجموعة التعويض هى { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

(٤) ٢ س + ١ = ٥   علماً بأن مجموعة التعويض هى { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

[٢] أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ص :

(١) س + ١ = ٥   (٢) س − ٤ = ٣

(٣) ٣ س = ١٥   (٤) ٢ س + ٣ = ٥

(٥) ٣ س − ٢ = ١٣   (٦) ٤ س + ١٧ = ١

[٣] أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ن :

(١) س + $\frac{٤}{١٦}$ = ١٢$\frac{١}{٢}$ (٢) ٣س − ١$\frac{١}{٢}$ = ٧$\frac{١}{٢}$

(٣) ٧ س − ٦ = ٣ س + ٢   (٤) ٢ (٣ س + ١) = ١٠ − ٢ س

(٥) ٣ (٢ س − ٦) = − ٣ س   (٦) ٣ (س − ٢) + ٧ (س − ١) = ١٢

[٤] أكمل ما يأتى :

(١) إذا كانت : س + ٥ = ١١   فإن : ٣ س = ٠٠٠٠٠

(٢) إذا كانت : ٣ س = ٦   فإن : س + ٦ = ٠٠٠٠٠

(٣) إذا كانت : ٢ س − ١ = ٧   فإن : $\frac{١}{٢}$ س = ٠٠٠٠٠

(٤) إذا كانت : س + ٢ س + ٣ س + ٤ س = ١٠   فإن : ٣ س = ٠٠٠٠٠

(٥) إذا كانت : مجموعة حل المعادلة : س + ك = ٤ هى { ٣ } فإن : ك = ٠٠٠٠٠

(٦) إذا كانت : مجموعة حل المعادلة : ٣ س + ٢ ك = ٥ هى { ١ } فإن : ك = ٠٠٠٠٠

(٧) مجموعة حل المعادلة س + ٠٠٠٠٠ = ٧ فى صص هى { − ٢ }

(٨) إذا كان : ص − ١$\frac{١}{٤}$ = ٥$\frac{١}{٢}$ فإن : ص = ٠٠٠٠٠

(٩) إذا كان : $\frac{س}{٤}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن : $\frac{س}{٢}$ = ٠٠٠٠٠

حل المتباينات فى

المتباينة : هى الجملة الرياضية التى تحتوى على متغير (أو أكثر) وتتضمن علاقة :

$<$ أو $>$ أو $\leqslant$ أو $\geqslant$

مجموعة حل المتباينة :

هى مجموعة العناصر التى تنتمى إلى مجموعة التعويض و التى تحقق كل منها المتباينة

مثـ١ـال : س > ٣ ، س ∈ ص فإن مجموعة الحل = { ٤ ، ٥ ، ٦ ، ......}

١- ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

مثـ٢ـال : س < ٣ ، س ∈ ص فإن مجموعة الحل ={ ٢ ، ١ ، ٠ ، – ١ ، – ٢ ، ......}

٣- ٢- ١- ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

مثـ٣ـال : س < ٣ ، س ∈ ط فإن مجموعة الحل = { ٢ ، ١ ، ٠ }

٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

مثـ٤ـال : س ≤ ٣ ، س ∈ ط فإن مجموعة الحل = { ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ }

٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

مثـ٥ـال : – ٣ ≤ س < ٤ ، س ∈ ص

فإن مجموعة الحل = { – ٣ ، – ٢ ، – ١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

٣- ٢- ١- ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

ملاحظة : فى المتباينة السابقة إذا كانت : س ∈ ح

فإن مجموعة الحل = { س : س ∈ ح ، – ٣ ≤ س < ٤ }

خواص علاقة التباين : إذا كان س ، ص ، ع أعداداً نسبية :

[١] إذا كان س < ع فإن : س + ص < ص + ع

إضافة (طرح) عدد نسبى إلى طرفى المتباينة لا يؤثر على علاقة التباين

فمثلا : إذا كان س < ٣ فإن : س < ٧ (بإضافة ٤ للطرفين)

؛ إذا كان س < ٣ فإن : س < - ١ (بطرح ٤ من الطرفين)

[٢] إذا كان س < ع ؛ ص > صفر فإن : س ص < ص ع

ضرب (قسمة) طرفى المتباينة فى عدد نسبى موجب لا يؤثر على علاقة التباين

فمثلا : إذا كان : س > ٥ فإن : ٣ س > ١٥ (بضرب الطرفين فى ٣)

، إذا كان: ٣ س > ٩ فإن : س > ٣ (بقسمة الطرفين على ٣)

[٣] إذا كان س > ع ، ص > صفر فإن : س ص > ص ع

ضرب (قسمة) طرفى المتباينة فى عدد نسبى سالب يغير إتجاه علاقة التباين

فمثلا : إذا كان : س > ٥ فإن – ٣ س < – ١٥ (بضرب الطرفين فى – ٣)

، إذا كان : ٣ س > ٩ فإن – س < – ٣ (بقسمة الطرفين على – ٣)

تذكر أن :

مجموعة الأعداد الطبيعية ط = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ...... }

مجموعة الأعداد الصحيحة ص = { ...... ، – ٣ ، – ٢ ، – ١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }

مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة $ص_+$ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ...... }

مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة $ص_-$ = { – ١ ، – ٢ ، – ٣ ، ...... }

مجموعة الأعداد الصحيحة غير الموجبة = { ٠ ، – ١ ، – ٢ ، – ٣ ، ...... }

مجموعة الأعداد الصحيحة غير السالبة = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ...... }

الصفر ليس موجباً وليس سالباً

مثـ٦ـال : أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة : س – ٢ > ٣

الحـــــــــل

بأضافة + ٢ الى طرفى المتباينة س – ٢ + ٢ > ٣ + ٢

∴ س > ٥ ∴ م . ح = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

مثـ٧ـال : أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة س + ٥ > ٢

الحـــــــل

بأضافة -٥الى طرفى المتباينة س + ٥ – ٥ > ٢ – ٥

∴ س > -٢ ∴ م . ح = ∅

مثـ٨ـال:أوجد فى ص مجموعة الحل للمتباينة : ٢ س – ٣ < ٧ ومثل الحل على خط الاعداد

الحـــــــــل

بأضافة +٣ الى طرفى المتباينة : ٢ س – ٣ + ٣ < ٧ + ٣

∴ ٢ س < ١٠ بالقسمة على ٢ ∴ س < ٥

∴ م . ع = { ٥ ، ٦ ، ٧ ، .... }

٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨

مثـ٩ـال :أوجد فى ص مجموعة الحل للمتباينة ٣س + ٢ ⩽ ٨ ومثل الحل على خط الأعداد

الحـــــــــل

بأضافة -٢ الى طرفى المتباينة : ٣ س +٢ – ٢ ⩽ ٨ – ٢

∴ ٣ س ⩽٦ بالقسمة على ٣ ∴ س ⩽ ٢

∴ م . ع = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، .... }

-١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

مثـ١٠ـال:أوجد فى ص مجموعة الحل للمتباينة س + ٥ < ٣ ومثل الحل على خط الأعداد

الحـــــــــل

بأضافة -٥ الى الطرفين : س + ٥ – ٥ < ٣ – ٥ ∴ س < -٢

∴ م . ع = { -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ...... }

-٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

مثـ١١ـال :أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة : س + ٣ < ١ ومثل الحل على خط الأعداد

الحـــــــــل

بأضافة -٣ للطرفين : س + ٣ – ٣ < ١ – ٣ ∴ س < -٢

∴ م . ع = { ٠ ، ١ ، ٢ ، .... }

-٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

مثـ١٢ـال:أوجد فى ص مجموعة الحل للمتباينة:٢س – ٣ > ٧ ومثل الحل على خط الاعداد

الحـــــــــل

بأضافة +٣ الى طرفى المتباينة : ٢ س – ٣ + ٣ > ٧ + ٣

∴ ٢ س > ١٠ بالقسمة على ٢ ∴ س > ٥

∴ م . ع = { .... ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ -١ -٢ -٣

مثـ١٣ـال : أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة ٣س - ٤ ≥ ٨ ومثل الحل على خط الأعداد

الحـــــــل

بأضافة +٤ الى طرفى المتباينة : ٣ س - ٤ + ٤ ≥ ٨ + ٤

∴ ٣ س ≥ ١٢ بالقسمة على ٣ ∴ س ≥ ٤

∴ م . ع = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

٥ ٤ ٣ ٢ ١ ٠ -١ -٢ -٣

مثـ١٤ـال : أوجد فى ص مجموعة الحل للمتباينة س + ٥ > ٣ ومثل الحل على خط الأعداد

الحـــــــل

بأضافة -٥ الى الطرفين س + ٥ – ٥ > ٣ – ٥

∴ س > - ٢ ∴ م . ع = { ...... ، -٤ ، -٣ }

١ ٠ -١ -٢ -٣ -٤ -٥

مثـ١٥ـال : أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة س + ٣ > ١ ومثل الحل على خط الأعداد

الحـــــــل

بأضافة -٣ للطرفين س + ٣ – ٣ > ١ – ٣

∴ س > -٢ ∴ م . ع = ∅

مثـ١٦ـال : أوجد فى ن مجموعة الحل للمتباينة : ٣ > ٢ س – ٥ > ٧

الحـــــــل

بأضافة + ٥ للاطراف الثلاثة ٣ + ٥ > ٢ س – ٥ + ٥ > ٧ + ٥

٨ > ٢ س > ١٢ بالقسمة على ٢ ∴ ٤ > س > ٦

∴ م . ع = { س : س ∋ ن ، ٤ > س > ٦ }

مثـ١٧ـال : أوجد فى صـ مجموعة الحل للمتباينة : ٣ > ٢س + ٥ > ١١

الحـــــــــل

بأضافة ــ ٥ للاطراف الثلاثة   ٣ ــ ٥ > ٢ س + ٥ ــ ٥ > ١١ ــ ٥

ـ٢ > ٢ س > ٦   بالقسمة على ٢   ∴ ـ١ > س > ٣

∴ م . ح = { ٠ ، ١ ، ٢ }

تمارين

[١] أكمل ما يأتى :

(١) مجموعة حل المتباينة : س > ٣ فى ط هى ٠٠٠٠٠

(٢) مجموعة حل المتباينة : س ⩾ ١ فى ط هى ٠٠٠٠٠

(٣) مجموعة حل المتباينتين : ١ > س ، س ⩾ ٥ معاً فى صـ هى ٠٠٠٠٠

(٤) إذا كان : م > ب ، س = ــ ٣ فإن : م س ٠٠٠٠٠ ب س

(٥) إذا كان : ــ س > ١ فإن : س ٠٠٠٠٠

(٦) إذا كان : م > ب ،فإن : م ــ ٣ ٠٠٠٠٠ ب ــ ٣

(٧) إذا كان : س > ــ ٢ فإن : س + ٣ > ٠٠٠٠٠

(٨) إذا كان : ١ ــ س > ٥ فإن : ٠٠٠٠٠

(٩) إذا كان : ــ س > ٢ ، س ∋ صـ فإن : مجموعة الحل = ٠٠٠٠٠

[٢] أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى ط ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد :

(١) س + ١ > ٥   (٢) س ــ ٤ ⩾ ٣

(٣) ٣ س > ١٥   (٤) ٢ س + ٣ > ٥

(٥) ٣ س ــ ٢ ⩽ ١٣   (٦) ٤ س + ١٧ > ١

[٣] أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى صـ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد :

(١) س + ٦ > ٤   (٢) ٣س ــ ١ > ٨

(٣) ٧ س ــ ٦ ⩽ ٣ س + ٢   (٤) ١٠ ــ ٢ س ≤ ٦

(٥) ٣ (٢ س ــ ٦) ⩾ ــ ٣ س   (٦) ٣ (س ــ ٢) + ٧ (س ــ ١) > ١٧

[٤] أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى ط :

(١) س + ٨ > ٥ س　　　(٢) ٥ < ٣ – س

(٣) ٧ س – ٢ ⩽ ٢ س + ٨　　　(٤) $\frac{١}{٥}$ – س ⩽ $\frac{٣}{٥}$

(٥) ٣ (٢ س – ٦) ⩾ – ٣ س

(٦) ٤ – ٥ (س – ٢) > – ٢ (– ٩ – ٢ س)

[٥] أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية فى ط :

(١) ١ > س + ٢ > ٥　　　(٢) ٢ ≥ س – ١ ≥ ٤

(٣) ٢ > س + ٢ > ٨　　　(٤) ٣ > ٢ س – ١ ≥ ٧

(٥) – ٢ > ٤ – ٣ س ⩾ ٧　　　(٦) ٢ > ٢ (س + ١) > ٦

[٦] أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينتين الآتيتين معاً فى ص:

٢ س – ٣ ⩾ ١　　،　　٣ – ٢ س > ٧

الوحدة الثانية
الاحصاء والاحتمال

العينـــــــات

مفهوم العينة :

العينة هى : جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله وتختار بطريقة عشوائية وتستخدم لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع محل الدراسة والتى تكون أقرب للواقع ويمكن إ تخاذ القرارات فى ضوء نتائج دراسة هذه العينات و من ثم تعميمها على المجتمع بأكمله

المجتمـــــع: هو عناصر البحث " أشخاص ، منتج معين ، برامج إعلامية ، صحف... إلخ "

أهمية العينة :

للعينة أهمية كبيرة فى الدراسات والبحوث العلمية والإجتماعية وتستخدم العينات لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع والتى تكون أقرب للواقع ويمكن إتخاذ قرارات فى ضوئها وتعميمها على المجتمع

مميزات العينة :

١ – توفيــــــر الوقت　　٢ – توفيــــــر المال　　٣ – توفـــــير الجهد

أنواع العينـات : يوجد عدة أنواع من العينات منها:

العينة المنتظمة :

هى العينة التى تتبع نظاماً أو نسقاً معيناً عند إختيارها من مجتمعاً ما و لابد أن يكون المجتمع موزعاً توزيعاً عشوائياً أى أنه لا يكون مقسما إلى فئات أو مجموعات بعينها وأن تمثل (١٠ ٪) من المجتمع الذى تختار منه العينة

فمثلاً : إذا كان عدد طلاب مدرسة ٣٠٠ طالب فيتم إختيار ١٠ ٪ من العدد الإجمالى للطلاب وهم ٣٠ طالب وأن يتم إختيارهم من جميع فصول المدرسة دون إستثناء على أن يكون طلاب المدرسة موزعين توزيعا عشوائيا ثم نختار بطريقة منتظمة كل عاشر طالب فيهم

العينــة العشوائية :

هى العينة التى يتم إختيارها عشوائياً أى بون دون قصد أو تعمد من مجتمع يكون لكل فرد فيه نفس فرصة الإختيار ويتم الإختيار بعدة طرق منها :

يدويـــــاً : وتتم كالآتى :

١ – يعطى كل فرد فى مجتمع الدراسة رقم فى قصاصة ورق وتكون جميع القصاصات متماثلة من حيث اللون والمقاس

٢ – تطبق كل قصاصة بطريق متماثلة وتوضع فى إناء وتخلط جيداً

٣ – يتم إختيار العينة بإختيار ورقة تلو الأخرى وفى كل مرة تخلط الأوراق جيداً حتى الإنتهاء من إختيار العدد المطلوب للعينة

آليــــاً :

** إستخدام الرقم العشوائى بالآلة الحاسبة :

ويتم ذلك بالضغط على المفاتيح التالية بالترتيب　　= 　Ran # 　Shift

فيظهر فى كل مرة رقم عشوائى بين صفر ، ٠.٩٩٩ ، نأخذ الأرقام ونتجاهل العلامة العشرية ، وتستبعد الأرقام الأكبر من مجتمع الدراسة والأرقام المختارة من قبل

مثـ١ـال : إذا كان عدد عناصر المجتمع ٢٥٧ مثلاً ، يعطى كل عنصر رقم من ١ إلى ٢٥٧

يتم إختيار ١٠ ٪ من العينات أى ٢٦ ثم نستخدم الحاسبة كالآتى :

الحـــــــــــل

أضغط Shift ثم Ran # ثم = يظهر رقم عشرى مثل ٠.٠٣٨

نأخذ الرقم بعد تجاهل العلامة العشرية فيكون ٣٨ نختار الرقم ٣٨ كأحد عناصر العينة العشوائية نكرر هذه الخطوات لإختيار ٢٦عنصراَ **** فى حالة ظهور رقم أكبر من ٢٥٧ " عدد عناصر المجموعة " يتم إستبعاده و إعادة المحاولة

إستخدام برنامج " Excel " بالحاسب الآلى عن طريق الدالة العشوائية :

١ – أضغط " إبدأ " Start ثم برامج Allprograms ثم إختر Microsoft Excel

٢ – إختر الخلية A١ أكتب ١ ثم أضغط إدخال " Enter " ثم أكتب ٢

٣ – أضغط " Control " وحرك المؤشر عند المربع الصغير أسفل يمين ركن الخلية A٢ إسحب ببطء لأسفل لتصل إلى الرقم المطلوب (إجمالى العينة مثلا ٣٠٠) ثم أرفع يدك

٤ – إختر بالترتيب أدوات " Tools " وظائف إضافية " Add ins " ضع علامة Y أمام Analysis Toolpak ثم موافق ok ثم أختر أدوات Tools ثم Data analysis ثم Sampling ثم موافق ok

٥ – أدخل المدى Input Range وأكتب $A$1:$A$300 ثم موافق ok

٦ – أضغط Randam عدد العينات 30 ثم موافق ok

٧ – أضغط Output Range وأكتب $C$1 ثم موافق ok تظهر فى العمود c الأعداد (٣٠ عدد)العشوائية المطلوبة dam عدد العينات 30 ثم موافق ok

تدريبات(١) : أكمل ما يأتى :

١ – حجم العينة المنتظمة يمثل .... ٪ من مجتمع البحث

٢ – إذا كان الرقم العشرى الظاهر على الشاشة هو ٠.١٣٤ فإن رقم العنصر هو ....

٣ – إذا كان عدد عناصر المجتمع ٤٩٨ عنصر فإن حجم العينة = ... عنصر

٤ – يتم إستخدام الحاسبة إختيار أرقام العينة العشوائية بالضغط على .....

الاحتمال

الإحتمال :
هو التنبؤ بما يمكن أن يحدث فى المستقبل إستناداً على الخبرات السابقة أو الدراسات والملاحظات

الإحتمال التجريبى : هو الإحتمال الناتج عن إجراء تجربة ما عمليا

مثلا : رمى قطعة نقود أو رمى حجر نرد أو دوران مؤشر لعبة الدوارة

الإحتمال التجريبى = عدد النواتج التى حصلت عليها / عدد النواتج الممكنة

ملاحظات : ** تسمى نتائج التجربة أحداثا أو نواتج
** كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما حصلنا على قيمة أدق للإحتمال

تدريــ١ــب : تجربة إلقاء قطعة نقود

١ ـ ألق قطعة نقود ٤٠ مرة
٢ ـ سجل النواتج فى الجدول
٣ ـ أحسب :

	صورة	كتابة	المجموع
العلامة الإحصائية			
التكرار			٤٠

إحتمال ظهور الصورة =
إحتمال ظهور الكتابــة =

تدريــ٢ــب : تجربة إلقاء حجر نرد منتظم

١ ـ ألق حجر نرد منتظم ٥٠ مرة
٢ ـ سجل النواتج التى تظهر على الوجه العلوى فى الجدول
٣ ـ أحسب :

	١	٢	٣	٤	٥	٦	المجموع
العلامة الإحصائية							
التكرار							٥٠

إحتمال ظهور رقم ٤ =
إحتمال ظهور رقم ٣ =

تدريــ٣ــب : فى تجربة إلقاء قطعة نقود ٤٠٠ مرة سجلت نتائج ظهور الصورة ١٩٦ مرة أحسب إحتمال ظهور الصورة ، إحتمال ظهور الكتابة

عدد مرات ظهور الصورة = ١٩٦ مرة

إحتمال ظهور الصورة = ... = ... = ... %

عدد مرات ظهور الكتابة = ٤٠٠ – .... = ... مرة

إحتمال ظهور الكتابة = ... = ... = ... %

الإحتمال النظرى :

الإحتمال النظرى والتجريبى مرتبطان ببعضهما فكلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما تقاربت نتائج الإحتمال التجريبى من قيمة الإحتمال النظرى

ويستخدم الإحتمال النظرى عندما تكون لجميع النواتج نفس الفرصة للظهور أى أن الإحتمال النظرى يقوم على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانات

فمثلاً عند :

إلقاء قطعة نقود منتظمة وملاحظة الوجه الظاهر تكون فرصة ظهور الصورة (ص) مساوية لظهور فرصة ظهور الكتابة (ك) أى أن مجموعة جميع النواتج هى : { صورة ، كتابة } وتسمى هذه المجموعة فضاء العينة

فضاء العينة :

هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية وعدد عناصرها ں (ف)

الحدث :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة

فإذا كان : ٲ حدث فى ف فإن : ٲ ⊂ ف

وعدد عناصره " ں (ٲ) " وهو عدد فرص وقوع الحدث ٲ

و يكون : إحتمال وقوع أى حدث ٲ ⊂ ف ويرمز له بالرمز ل (ٲ)

فمثلا : إذا كان ٲ هو حدث ظهور رقم زوجى عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم الظاهر على الوجه العلوى فإن : ٲ = { ٢ ، ٤ ، ٦ }

لاحظ أن : ٲ = { ٢ ، ٤ ، ٦ } ⊂ ف

ويرمز إحتمال وقوع الحدث ٲ بالرمز : ل (ٲ)

حساب إحتمال وقوع أى حدث ٲ حيث ٲ ⊂ ف :

ل (ٲ) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث ٲ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$ أى أن : ل (ٲ) = $\frac{\text{ں (ٲ)}}{\text{ں (ف)}}$

لاحظ أن : $\cdot \leqslant$ ل (؟) $\leqslant 1$

* الحدث المستحيل : هو الحدث الذى ليس له أى فرصة للوقوع
أى أن : إحتمال الحدث المستحيل = صفر

* الحدث المؤكد : هو الحدث الذى له كل النواتج الممكنة
أى أن : إحتمال الحدث المؤكد = ١

مثـ٢ـال : فى تجربة القاء حجر نرد أكتب فضاء العينة ثم أوجد أحتمال ظهور صورة

الحـــــــــل

ف = { ص ، ك }

؟ = { ص }

ل (أ) = عدد عنـــــــاصر الحدث ؟ / عدد عناصر فضاء العينة = $\frac{1}{2}$

مثـ٣ـال :سلة بها ٢٠ زهرة منها ٧ زهور بيضاء ، ٨ زهور صفراء ، ٥ زهور حمراء فإذا سحبت زهرة واحدة عشوائيا أوجد أحتمال أن تكون الزهرة المسحوبة

(١) بيضاء (٢) حمراء (٣) بيضاء أو صفراء

الحـــــــــل

أحتمال أن تكون الزهرة بيضاء = عدد الزهور البيضاء / العدد الكلى = $\frac{7}{20}$

أحتمال أن تكون الزهرة حمراء = عدد الزهور الحمراء / العدد الكلى = $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

أحتمال أن تكون الزهرة بيضاء أو صفراء = عدد الزهور البيضاء والصفراء / العدد الكلى = $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

مثـ٤ـال : فى تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة أكتب فضاء العينة ثم عين احتمال كلا من الاحداث الاتية

(١) ؟ حدث ظهور عدد فردى
(٢) ب حدث ظهور عدد زوجى
(٣) جـ حدث ظهور عدد يقبل القسمة على ٣
(٤) ء حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى ٣
(٥) هـ حدث ظهور عدد يساوى ٧
(٦) و حدث ظهور عدد مربع كامل
(٧) س حدث ظهور عدد أكبر من ٣
(٨) ص حدث ظهور عدد زوجى أولى

الحـــــــــــــــل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

(١) م = حدث ظهور عدد فردى ∴ م = { ١ ، ٣ ، ٥ } ل(م) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(٢) ب = حدث ظهور عدد زوجى ∴ ب = { ٢ ، ٤ ، ٦ } ل(ب) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(٣) جـ = عدد يقبل القسمة على ٣ ∴ جـ = { ٣ ، ٦ } ل(جـ) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

(٤) ء حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى ٣ ∴ ء = { ١ ، ٢ ، ٣ } ل(ء) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(٥) هـ = حدث ظهور عدد يساوى ٧ ∴ هـ = ∅ ل(هـ) = صفر

(٦) و = حدث ظهور عدد مربع كامل ∴ و = { ١ ، ٤ } ل(و) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

(٧) س = حدث ظهور عدد اكبر من ٣ ∴ س = { ٤ ، ٥ ، ٦ } ل(س) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(٨) ص = حدث ظهور عدد زوجى أولى ∴ ص = { ٢ } ل(ص) = $\frac{١}{٦}$

مثــال : سلة بها ١٠ بطاقات مرقمة من ١ الى ١٠ سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيا

أكتب فضاء العينة ثم عين كلا من أحتمال الاحداث الاتية

(١) محدث ظهور عدد زوجى أقل من ٧ (٢) ب حدث ظهور عدد أولى

(٣) جـ حدث ظهور عدد فردى (٤) ء حدث ظهور عدد فردى أولى

الحـــــــــــــــل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ }

(١) م = حدث ظهور عدد زوجى أقل من ٧ م ∴ = { ٢ ، ٤ ، ٦ } ∴ ل(م) = $\frac{٣}{١٠}$

(٢) ب = حدث ظهور عدد أولى ∴ ب = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ } ∴ ل(ب) = $\frac{٤}{١٠}$ = $\frac{٢}{٥}$

(٣) حدث ظهور عدد فردى ∴ جـ = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ } ∴ ل(جـ) = $\frac{٥}{١٠}$

(٤) ء = حدث ظهور عدد فردى أولى ∴ ء = { ٣ ، ٥ ، ٧ } ∴ ل(ء) = $\frac{٣}{١٠}$

مثـ٦ـال :من مجموعة الارقام { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } كون عدد مكون من رقمين مختلفين أوجد ف ثم عين أحتمال كلا من الاحداث الاتية

(١) ﻡ حدث أن يكون رقم العشرات زوجياً

(٢) ب حدث أن يكون كلا الرقمين زوجياً

٤	٤١	٤٢	٤٣	×
٣	٣١	٣٢	×	٣٤
٢	٢١	×	٢٣	٢٤
١	×	١٢	١٣	١٤
	١	٢	٣	٤

الحـــــــــل

ف = { ٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤ }

ﻡ = حدث أن يكون رقم العشرات زوجياً

ﻡ = { ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤ } ∴ ل (ﻡ) = $\frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$

ب = حدث أن يكون كلا الرقمين زوجياً

ب = { ٤٢ ، ٢٤ } ∴ ل (ب) = $\frac{٢}{١٢} = \frac{١}{٦}$

مثـ٧ـال : مجموعة مكونة من ١٠٠ تلميذ نجح منهم ٥٩ طالب فى اللغة الانجليزية ، ٣٥ طالب فى التاريخ ، ٢٠ طالب فى المادتين معاً فإذا أختير تلميذ واحد عشوائيا أوجد أن يكون أحتمال الطالب المختار

ﻡ ناجحاً فى التاريخ — ب راسبا فى التاريخ

جـ ناجحاً فى اللغة الانجليزية — ء راسبا فى اللغة الانجليزية

الحـــــــــل

ل (ﻡ) = $\frac{\text{عدد التلاميذ الناجحين فى التاريخ}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} = \frac{٣٥}{١٠٠} = ٠.٣٥$

ل (ب) = $\frac{\text{عدد التلاميذ الراسبين فى التاريخ}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} = \frac{١٠٠ - ٣٥}{١٠٠} = \frac{٦٥}{١٠٠} = ٠.٦٥$

ل (جـ) = $\frac{\text{عدد التلاميذ الناجحين فى اللغة الانجليزية}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} = \frac{٥٩}{١٠٠} = ٠.٥٩$

ل (ء) = $\frac{\text{عدد التلاميذ الراسبين فى اللغة الانجليزية}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} = \frac{١٠٠ - ٥٩}{١٠٠} = \frac{٤١}{١٠٠} = ٠.٤١$

مثـ٨ـال : صمم مكعب بحيث يحمل كل وجهين متقابلين أحد الارقام ١ ، ٢ ، ٣ فإذا أُلقى الحجر مرة واحدة أوجد (١) أكتب فضاء العينة

(٢) أ = أحتمال ظهور الرقم ٣ على الوجه العلوى

(٣) ب = أحتمال ظهور رقم فردى على الوجه العلوى

الحـــــــل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ }

(١) أ = { ٣ } ∴ ل (أ) = $\frac{١}{٣}$

(٢) ب = { ١ ، ٣ } ∴ ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$

مثـ٩ـال : سلة بها ٣٠ كرة حمرة وبيضاء وصفراء فإذا كان أحتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{١}{٥}$ فما هو عدد الكرات الحمراء

الحـــــــل

∴ $\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{١}{٥}$ ∴ $\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{٣٠} = \frac{١}{٥}$

أحتمال سحب كرة حمراء = $\frac{١}{٥}$ عدد الكرات الحمراء = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦

تدريب (١) : ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر على الوجه العلوى أوجد إحتمال ظهور الأحداث الآتية :

أ) العدد ٣ ب) عدد زوجى

جـ) عدد أولى فردى ء) عدد أقل من أو يساوى ٢

هـ) عدد أكبر من ٦ و) عدد س حيث : ١ ≤ س ≤ ٦

الحـــــــل

(١) إحتمال ظهور العدد ٣ هو أ = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ }

∴ ل (أ) = $\frac{ن(أ)}{ن(ف)}$ = ... = ...

(٢) إحتمال ظهور عدد زوجى هو ب = { .... ، .... ، .... ، .... }

∴ ل (ب) = ... = ... = ...

(٣) إحتمال ظهور عدد فردى أولى هو حـ = { .... }

∴ ل (حـ) = ... = ... = ...

(٤) إحتمال ظهور عدد أقل من أو يساوى ٢ هو ء = { .... }

∴ ل (ء) = ... = ... = ...

(٥) إحتمال ظهور عدد أكبر من ٦ هو هـ = { .... }

∴ ل (هـ) = ... = ... = ...

(٦) إحتمال ظهور عدد س حيث : ١ ⩽ س ⩽ ٦ هو و = { .... }

∴ ل (و) = ... = ... = ...

تدريب (٢) : مجموعة مكونة من ١٠٠ طالب نجح منهم ٦٠ طالب فى الرياضيات ، ٥٥ طالب فى العلوم، ٤٠ طالب فى الرياضيات والعلوم معاً فإذا أختير طالب عشوائياً أوجد إحتمال :

ﻫ = حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً فى الرياضيات

ب = حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً فى العلوم

حـ = حدث أن يكون الطالب المختار راسباً فى الرياضيات والعلوم معاً

الحـــــــل

∵ ں (ﻫ) = ... ں (ف) = ...

∴ ل (ﻫ) = ...

∵ ں (ب) = ... ∴ ل (ب) = ...

∵ ں (حـ) = ١٠٠ – ٤٠ = ... ∴ ل (حـ) = ...

تدريب (٣) فى لعبة الدوارة إذا كان القرص مقسم إلى ٨ قطاعات دائرية متساوية المساحة ملونة كما بالشكل فإذا دار المؤشر ما إحتمال وقوفه فى قطاع :

ﻫ) أحمر ب) ليس أحمر حـ) أزرق

الحـــــــل

∵ ں (ف) = ... ، عدد القطاعات الحمراء = ...

∴ إحتمال وقوف المؤشر فى قطاع أحمر = ...

∵ عدد القطاعات غير الحمراء = ...

∴ إحتمال وقوف المؤشر فى قطاع ليس أحمر = ...

∵ عدد القطاعات الزرقاء = ...

∴ إحتمال وقوف المؤشر فى قطاع أزرق = ...

تمارين

(١) صندوق به ٥ كرات بيضاء ، ٣ كرات حمراء ، ٧ كرات سوداء كلها متماثلة إلا من حيث اللون فإذا سحبت كرة واحدة عشوائياً فاوجد إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

ا) بيضاء ب) حمراء أو سوداء حـ) ليست سوداء

(٢) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة أوجد إحتمال الحصول على :

ا) العدد ٥ ب) العدد ٣ أو العدد ٤

حـ) عدد فردى ء) عدد زوجى أولى

هـ) عدد أكبر من ٦ و) عدد أقل من ٧

(٣) مجموعة متماثلة من البطاقات على كل واحدة حرف من حروف كلمة " الرياضيات " فإذا سحبت بطاقة واحدة عشوائياً فما إحتمال أن يكون مكتوباً عليها حرف

ا) ض ب) ر حـ) ي

(٤) فى زيارة لأحد بيوت الشباب وجد به ٣٦ شاباً من عدة محافظات منهم ١٠ من أسوان ، ١٢ من السويس ، ١٤ من القاهرة ، ٤ من البحيرة فإذا أختير عشوائياً شاب واحد فما إحتمال أن يكون الشاب المختار :

ا) من أسوان ب) من البحيرة حـ) ليس من السويس

(٥) من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٣ ، ٥ } كون عدداً مكون من رقمين مختلفين ثم أوجد كلاً من الأحداث الآتية :

ا) حدث أن يكون رقم العشرات فردياً

ب) حدث أن يكون رقم العشرات زوجياً

حـ) حدث أن يكون مجموع الرقمين ٧

ء) حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين ١٥

(٦) فصل دراسى به ٤٠ طالب نجح منهم ٣٠ طالب فى الرياضيات ، ٢٤ طالب فى العلوم ٢٠ طالب فى المادتين فإذا أختير طالب عشوائياً فأوجد إحتمال أن يكون الطالب المختار
أ) ناجحاً فى الرياضيات　ب) راسباً فى العلوم　حـ) راسباً فى المادتين

(٧) إذا كان أحد الأندية يلعب ٣٠ مباراة فى إحدى المسابقات المحلية وكان إحتمال فوزه فى هذه المباريات ٠.٤ ، و إحتمال تعادله ٠.٣ فأوجد عدد المباريات التى يتوقع أن :
أ) يفوز بها　ب) يتعادل فيها　حـ) يخسرها

(٨) فى دراسة لمعرفة عدد ساعات العمل التى يفضلها ٥٠٠ عامل فى أحد المصانع كانت النتائج بالجدول التالى :

عدد ساعات العمل	٥	٦	٧	٨	٩	المجموع
عدد العمال	٧٠	٢٥٠	١٢٠	٣٧	٢٣	٥٠٠

فإذا أختير أحد العمال عشوائياً فما إحتمال أن يكون مفضلاً العمل :
أ) ٥ ساعات يومياً　ب) أكثر من ٧ ساعات يومياً
حـ) أقل من ٨ ساعات يومياً　ء) من ٦ ساعات إلى ٨ ساعات يومياً

(٩) صندوق به كرات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ١٦ سحبت كرة عشوائياً فما إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة تحمل:
أ) عدد يقبل القسمة على ٦
ب) عدد أولى
حـ) عدد لا يقبل القسمة على ٢

(١٠) فى لعبة الدوارة إذا كان القرص مقسم إلى عدد من القطاعات المتساوية وكان لون إثنين منهم أخضر ، و أربعة آخرين لونهم أزرق ، و الباقى لونه أحمر فإذا كان إحتمال وقوف المؤشر عند اللون الأخضر هو $\frac{1}{6}$ أوجد عدد القطاعات الحمراء

(١١) لاعبان فى فريق لكرة القدم و فى أثناء التدريب سدد أحدهما ٢١ ركلة جزاء فأحرز منها ١٨ هدفاً ، و سدد الآخر ٣٢ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٥ هدفاً من منهما تختاره لتسديد ضربة الجزاء أثناء المباراة ؟ و لماذا ؟

(١٢) سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ن فإذا كان إحتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها رقم أكبر من ٨ هو $\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة ن

(١٣) إذا كان إحتمال نجاح طالب فى إمتحان هو ٠.٨٧ فما إحتمال رسوبه

(١٤) فصل دراسى فيه نسبة عدد البنين إلى عدد البنات كنسبة ٣ : ٤ فإذا أختير طالب عشوائياً من هذا الفصل فما إحتمال أن يكون الطالب المختار :
(أ) ولد ، (ب) بنت

(١٥) إختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :
١ ـ أى مما يلى يمكن أن يكون إحتمال وقوع أحد الأحداث :
(أ) ١.٣ (ب) ـ ٠.٤ (جـ) ٣١٥ ٪ (د) ٧٥٪
٢ ـ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم إحتمال ظهور عدد أكبر من ٤ = ٠٠٠٠٠
(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) ١
٣ ـ إذا كان إحتمال وقوع حدث ما هو ٠.٧ فإن إحتمال عدم وقوعه = ٠٠٠٠٠
(أ) ـ ٠.٧ (ب) ـ ٠.٤ (جـ) ٠.٤ (د) ٠.٧
٤ ـ إذا ألقيت قطعة نقود مرة واحدة فإن إحتمال ظهور صورة = ٠٠٠٠٠
(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١
٥ ـ أختير عشوائياً حرف من حروف كلمة مدرسة فإحتمال أن يكون الحرف هو س = ٠٠٠٠٠
(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٤}{٥}$
٦ ـ إحتمال الحدث المستحيل = ٠٠٠٠٠
(أ) صفر (ب) ـ ٠.١ (جـ) ١ (د) $\varnothing$